

# TI—图形计算器与高中数学教学整合案例

李湖南

广东省中山市第一中学

**内容提要** TI—图形计算器是一种现代手持技术，它具有代数功能、数据处理功能、函数功能、图形功能、简单编程功能和进行一些数理实验的功能，具有很好的交互性。它是基于教师的教和学生的学而专门设计的，它不同于一般意义的计算机软件和掌上电脑，它更符合学科教学的要求，更适应学生学习的要求。它可以直观的绘制各种图形，并进行动态演示、跟踪轨迹等。利用这些功能学生可以充分地参与探究活动，主动地构建知识，不仅能增强动手实验能力，同时还能体会到归纳、猜想等合情推理的重要数学思想、方法，也有助于促进学生在学习和实践的过程中形成和发展数学应用意识。本文是选摘自作者在教学实践中，对 TI—图形计算器与高中数学教学整合的一些案例。

**关键词：**TI—图形计算器      数学教学      问题探究

# TI—图形计算器与高中数学教学整合案例

**提要** TI—图形计算器是一种现代手持技术，它具有代数功能、数据处理功能、函数功能、图形功能、简单编程功能和进行一些数理实验的功能，具有很好的交互性.它是基于教师的教和学生的学而专门设计的，它不同于一般意义的计算机软件和掌上电脑，它更符合学科教学的要求，更适应学生学习的要求.它可以直观的绘制各种图形，并进行动态演示、跟踪轨迹等.利用这些功能学生可以充分地参与探究活动，主动地构建知识，不仅能增强动手实验能力，同时还能体会到归纳、猜想等合情推理的重要数学思想、方法，也有助于促进学生在学习和实践的过程中形成和发展数学应用意识. 本文是选摘自作者在教学实践中，对 TI—图形计算器与高中数学教学整合的一些案例.

现代手持教育技术在国外已经广泛地应用于数学教学之中，并推动着教学改革.比如，美国全美数学教师协会（NCTM）在 1999 年颁布的《课程与评价标准》中写道：任何学生在任何时间都可以使用图形计算器.在美国，以图形计算器为主的现代手持教育技术已经广泛地应用于中学和大学的教学之中.

近几年，在北京、上海、广东、浙江等地也在开展现代手持教育技术的应用实验，并取得了初步的进展.

我作为一名普通的高中数学教师，也参与了一些实验研究，对 TI—图形计算器与高中数学教学整合积累了一些经验.

下面摘录作者在参与《高中数学课程教材与信息技术整合实验的研究》（由人民教育出版社主持）的课题研究和《使用国家课程标准实验教材的研究》（由广东省教研室主持）的实验研究过程中，对 TI—图形计算器与高中数学教学整合的一些案例，供各位同仁们参考.

## 一、利用 TI—图形计算器求超越方程的近似解

利用 TI—图形计算器的图象功能和交点功能可以求出两个函数图象的交点，从而进一步得到两个函数图象的交点的坐标，这为通过数形结合求超越方程的近似解提供技术支持，

也为利用二分法求方程的近似解提供技术帮助，同时也培养了学生的数形结合的数学思想，华罗庚先生指出：数缺形时少自觉，形少数时难入微，数形结合百般好，割裂分家万事非。说的正是要求我们在数学教学中多培养学生的数形结合的思想。

例 1、求方程  $x = 3 - \lg x$  的近似解（精确到 0.01）。

分析：画出两个函数  $y = x$  和  $y = 3 - \lg x$  的图象，其交点的横坐标便是所求方程的近似解，于是通过 TI—图形计算器测量其交点坐标进而求得方程的近似解。

解答如下：

①在函数编辑器中输入函数  $y = x$  和  $y = 3 - \lg x$  并在同一坐标系下画出它们的图象，如

图 1、图 2。

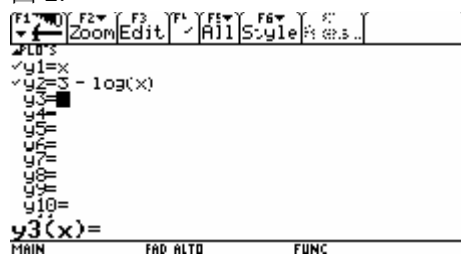


图 1

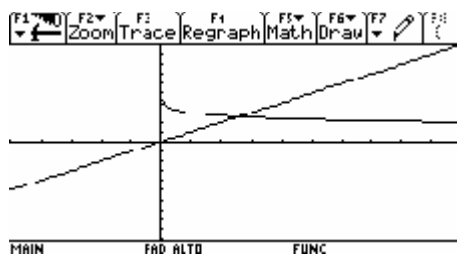


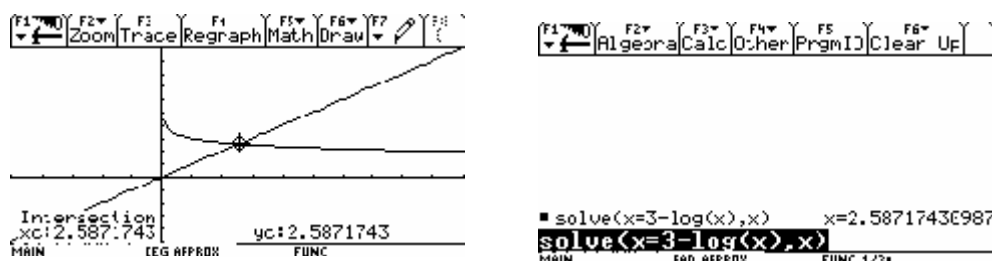
图 2

②在图象窗口下，按下  $F_5$ ，选择 5，利用求交点的功能便可以作出函数  $y = x$  和  $y = 3 - \lg x$  图象的交点，并显示交点的坐标为 (2.587, 2.587)，如图 3。

于是所求方程的近似解为  $x \approx 2.59$ 。

这种题型，在传统的教学中，最多只能让学生判断方程的解的个数，而具体的解是什么，则基本上回避。这样给学生有一种隔靴挠痒的感觉，不利于培养学生的探究精神，甚至有时由于手工作图的误差太大，连方程的解的个数也可能会判断失误，而这时我们教师虽然知道学生判断失误，但也不能迅速、准确、直观地给出学生的失误原因。但是利用 TI—图形计算器就可以很好地解决这个问题。

在《普通高中数学课程标准》教材中，有利用二分法求方程的近似解的内容，我们也可以利用 TI—图形计算器，画出两个函数的图象并观察到交点的大致位置，这样就可以确定方程根所在的大致区间，为二分法奠定基础。



《TI—图形计算器与高中数学教学整合案例》 第 3 页 图 4 页

当然这个问题也还可以利用 TI—图形计算器的“solve”功能，直接求解该方程，可以节约大量的课堂教学时间，如图 4.

## 二、利用 TI—图形计算器探讨函数模型

利用 TI—图形计算器的函数拟合功能可以探讨实际问题的函数模型，通过对各种函数模型进行分析、判断、选择，这可以使学生在本质上认识函数的概念，同时也培养了学生的科学世界观.

例 2、我国 1990 年—2000 年的国内生产总值如下表所示：

单位：亿元

年份	1990	1991	1992	1993	1994	1995
国内生产总值	18598.4	21662.5	26651.9	34560.5	46670.0	57494.9
年份	1996	1997	1998	1999	2000	
国内生产总值	66850.5	73142.7	76967.1	80422.8	89404.0	

- (1) 描点画出 1990 年—2000 年国内生产总值的图象；
- (2) 建立一个能基本反映这一时期国内生产总值发展变化的函数模型，并画出其图象；
- (3) 根据所建立的函数模型，预测 2004 年的国内生产总值.

分析：将所给数据输入图形计算器中，通过画出所给数据的散点图的大致形势选择合适的函数模型.

解答如下：

- (1) 将数据输入 TI—图形计算器中，并画出散点图，如图 5, 6.

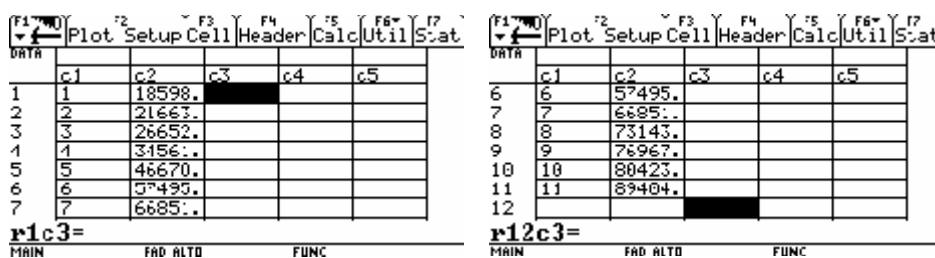


图 5

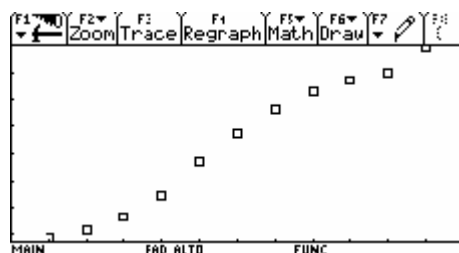


图 6

(2) 根据散点图的形势，可以试着选择一次函数模型进行模拟，并定义该函数为  $y_1$ ，如图 7。

同时画出散点图和模拟函数的图象，观察模拟函数与散点图的拟合情况，如图 8。



图 7

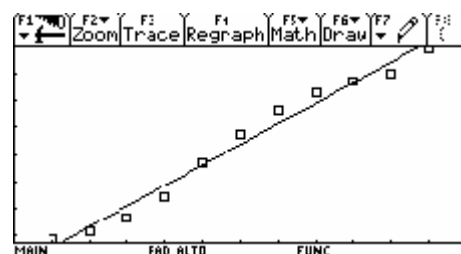


图 8

从模拟函数与散点图的拟合情况来看，拟合程度比较低，于是一次函数模型不太适合作为解决本问题的函数模型。

于是改用三次函数模型来进行模拟，其过程和用一次函数模拟的过程类似，并定义三次函数为  $y_2$ ，其结果如图 9、10。



图 9

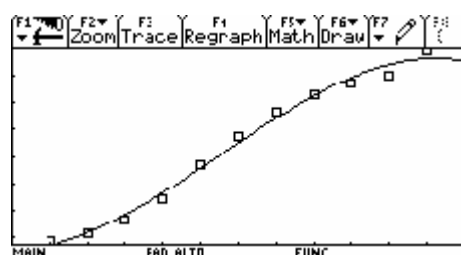


图 10

从三次函数的图象与散点图的拟合情况来看，要比一次函数要好，但是随着横坐标的增大，图象会逐渐下降，这与实际情况不相符合。

于是再改用四次函数模型来进行模拟，其过程也和用一次函数模拟的过程类似，并定义四次函数为  $y_3$ ，其结果如图 11、12。



图 11

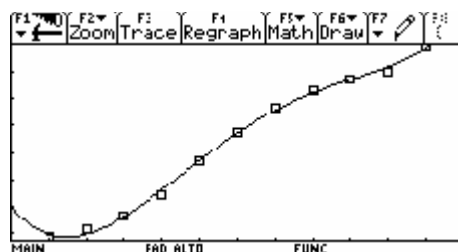


图 12

从  $y_3$  的图象与散点图的拟合情况来看，能较准确反映这一时期国内生产总值发展变化的情况，于是取模拟函数为

$$y_3 = 30.6343x^4 - 833.3665x^3 + 7484.9600x^2 - 16924.6211x + 29784.6121$$

作为本问题的函数模型；其图象如图 12.

(3) 利用 TI—图形计算器的表格功能可以计算出当  $x = 15$  时，函数值  $y_3 = 198279.2$ ，据此，预测我国 2004 年的国内生产总值大约为 198279.2 亿元，如图 13.

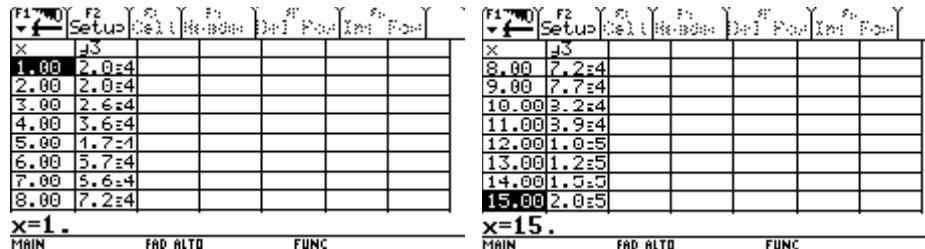


图 13

本问题还可以利用 TI—图形计算器的代数功能，通过计算函数的值，也可以得到当  $x = 15$  时，  $y_3 = 198279.2$ ，如图 14.

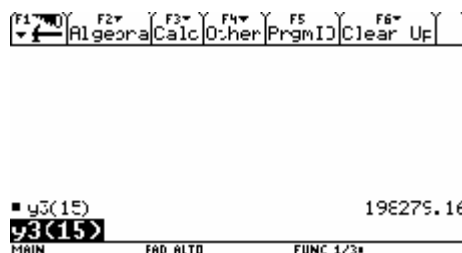


图 14

对于这种数据分析的题型，如果没有技术的支持，是很难突破传统的方式——先给定若干个函数的模型，然后让学生再根据几个数据代入模型中进行检验，然后再进行预测. 学生的感觉就好像是云里雾里，既不知道所给模型是如何来的，也不知道所选模型是否合适. 如果我们利用 TI—图形计算器，不仅可以让学生自主地选择函数模型，即使选得不合适，也可以重新选择，还可以对各种模型进行定量的分析，既调动了学生的学习积极性，同时还培养了学生的实事求是的科学研究态度.

### 三、利用 TI—图形计算器探究数列问题

利用 TI—图形计算器的数列作图功能、函数图象的追踪功能可以使学生获得未知数列的感性认识，然后再在客观现象中探索、发现规律，从而为利用所学知识解决问题奠定基础.

例 3、某城市 2000 年末汽车保有量为 30 万辆，预计此后每年报废上一年末保有量的 6%，并且每年新增汽车数量相同，为了保护城市环境和缓解交通压力，要求该城市汽车保有量不超过 60 万辆，市政府规定每年新增汽车数量不应超过 3.6 万辆，请问这一规定是否合理？多少年后达到 60 万辆？

用 TI—图形计算器分析、探索如下：

①在函数编辑窗口输入递推数列表达式 “ $u1(n) = 3.6 + (1 - 0.06) \times u1(n - 1)$ ”，并输入初始值 “ $u1 = 30$ ”，如图 15.

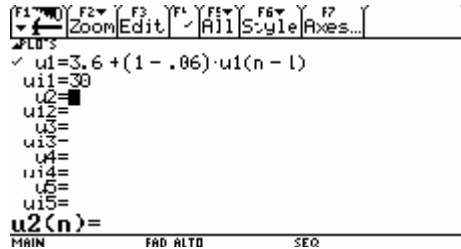


图 15

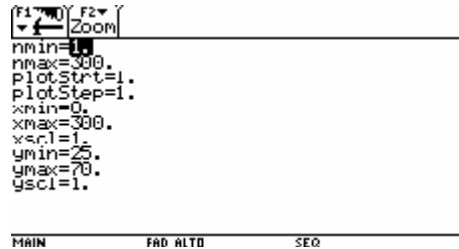


图 16

②设置显示窗口，如图 16.

③画出递推数列的图象，如图 17.

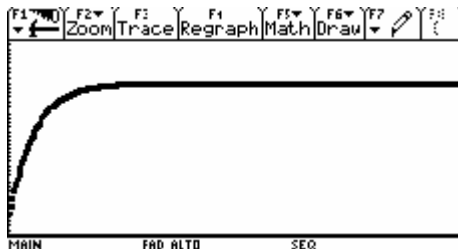


图 17

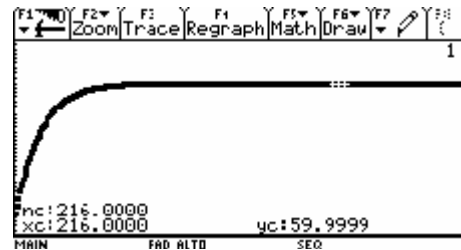


图 18

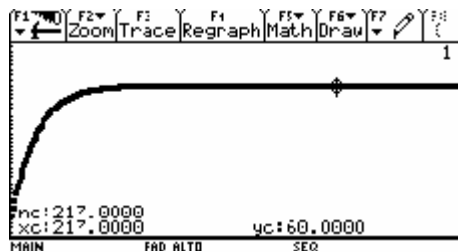


图 19

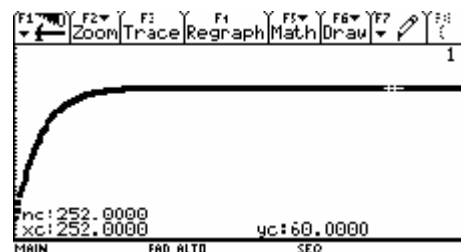


图 20

④在图象窗口下，按下  $F_3$  追踪数列的图象，发现当  $nc \leq 216$  时， $yc < 60$ ，当  $nc \geq 217$  时， $yc = 60$ ，如图 18，19，20.

利用 TI—图形计算器可以得到结论：市政府的这种规定“每年新增汽车数量不超过 3.6 万辆”是合要求的，即可以保证该市的汽车保有量不超过 60 万辆，并且当经过 217 年后即 2218 年，该市的汽车保有量将达到 60 万辆.

利用上面的方法，还可以验证市政府的“规定”不仅合要求，而且“每年新增汽车数量为 3.6 万辆”已经是符合要求的极限，若“每年新增汽车数量超过 3.6 万辆”，将达不到“汽车保有量不超过 60 万辆”的要求.

例如，将“每年新增汽车数量改为 3.6001 万辆”，利用以上的方法可以发现，当  $nc = 159$ ，

$yc < 60$ ，当  $nc = 160$  时， $yc = 60.001 > 60$ ，即“该市的汽车保有量超过 60 万辆”。

从数列的理论上来分析：由于  $u_1(n) = 3.6 + (1 - 0.06) \times u_1(n-1)$  且  $u_{11} = 30$ ，实际上可以定义数列  $\{a_n\}$ ： $a_1 = 30$ ， $a_{n+1} = (1 - 0.06)a_n + 3.6$ ， $n \geq 1$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ 。

根据以上定义，可得  $a_{n+1} = 60 - 30 \times 0.94^n$ ，且  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 60$ ，所以，该市政府的规定是有数学道理的。

#### 四、利用 TI—图形计算器的统计功能绘制统计图表和进行回归分析

在现时的全日制普通高级中学教科书（选修）中，已经有了统计的内容，而且这也是最直接地来源于生产生活中的数学知识，但是这一块内容对于使用传统的教学手段来说，无疑是非常棘手的，大量的统计图表，大量的数据，一节课下来可能一个图表也不能画好，但是利用图形计算器的统计功能，不仅可以很轻松的完成教学，还可以引发学生的学习兴趣，课后进行大量的统计练习，更好地理解统计知识和统计原理。

例 4、一个工厂在某年里每月产品的总成本  $y$ （万元）与该月产量  $x$ （万件）之间有如下下一组数据：

$x$	1.08	1.12	1.19	1.28	1.36	1.48	1.59	1.68	1.80	1.87	1.98	2.07
$y$	2.25	2.37	2.40	2.55	2.64	2.75	2.92	3.03	3.14	3.26	3.36	3.50

(1) 画出散点图；

(2) 求月产品的总成本  $y$ （万元）与该月产量  $x$ （万件）之间的回归直线方程。

对于这个问题用图形计算器来进行操作，方便快捷。

解答如下：

(1) 将数据输入 TI—图形计算器中，并画出散点图，如图 21、22。

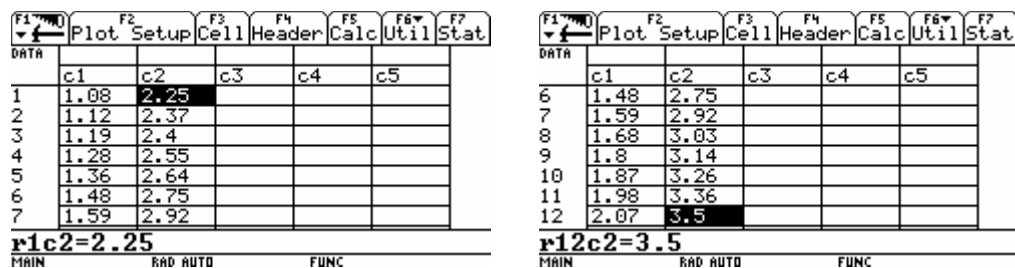


图 21

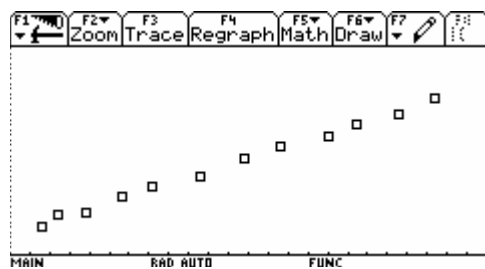


图 22

(2) 根据散点图, 选择回归函数类型——一次回归函数, 并得到一次回归函数的有关参数和线性相关系数, 如图 23.



图 23

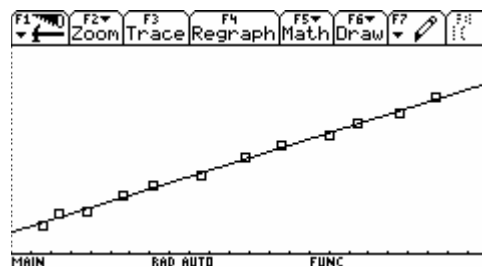


图 24

(3) 同时绘制散点图和回归函数图象, 得到线性相关系数的直观意义, 如图 24.

在 2004 年国家教育部颁发的《普通高中数学课程标准》中明确规定: 教学中可以在处理某些内容时, 提倡使用计算器或计算机, 帮助学生理解数学概念、探索数学结论, 还应鼓励学生使用现代技术手段处理繁杂的计算、解决实际问题, 以取得更多的时间和精力去探索和发现数学的规律, 培养创新精神和实践能力.

以上仅仅是, TI—图形计算器与高中数学整合的管中窥豹, 还有许许多多的例子在此不再一一列举.

### 参考文献:

1. 课题组 (章建跃执笔) 中学数学课程教材与信息技术整合的思考.课程·教材·教法, 2002, (10)
2. 何美兰 刘晓东 TI 图形计算器辅助高中数学教学的实践与思考.数学通报,2005, (4, 5)