

TI 计算器的程序设计 在教学中的应用

谢辅炬

高一级

广东省佛山市南海石门中学

TI 计算器的程序设计在教学中的应用

内容提要:在新颁布的高中数学新课程标准提倡的基本理念中,明确提出信息技术与数学课程内容的整合。手持技术(handheld technology)与课程整合是把以手持技术为中心的各种资源同课程内容结合的一种新型的教学方式。信息技术与数学内容的有机整合,一个突出的例子是在必修课程中设置了算法的内容,算法是计算机科学的理论核心,赋值语句、条件语句、循环语句等计算机语言,实际上是数学语言的“机器化”,他们是“信息技术课程”和“数学课程”的共同部分。本文通过 TI 图形计算器的程序设计语言与新课标必修 3 算法和统计三个具体案例的分析来结合说明信息技术与数学课程的整合。

引言: 算法是高中数学的新增内容,它反映了我国古代数学重视计算,强调应用的传统,也反映了现代计算机技术发展的需要。算法内容的教育价值主要体现在以下几个方面:

1. 有利于培养学生的思维能力。算法一方面有具体化、程序化、机械化的特点,同时又有抽象性、概括性、和精确性。算所体现出来的逻辑化特点被看成是逻辑学即形式逻辑和数理逻辑之后发展的第三个阶段。

2. 有利于培养学生理性精神和实践能力。算法即重视“算则”,更重视“算理”。对于算法而言,一步步的程序化步骤,即“算则”固然重要,但这些步骤的依据,即“算理”有着更基本的作用。后者是内容,前者是后者的表现。算法有很丰富的层次递进的素材,算法的具体实现又可以和信息技术相联系,因而,算法有利于培养学生的理性精神和实践能力。

3. 有利于学生理解构造性数学。算法是一般意义上解决问题策略的具体化,即有限递归构造和有限非递归构造,这两点也恰恰构成了算法的核心。构造性地解决问题不仅是重要的解决数学问题的方法,在数学哲学上也又着重要的意义。

4. 算法反映了时代的特点,同时也是中国数学课程内容的新特色。中国古代数学以算法为主要特征,取得了举世公认的伟大成就。现代信息技术的发展给算法焕发了前所未有的生机和活力,算法进入中学数学课程,即反映了时代的要求,也是中国古代数学思想一个新层次上的复兴。

(一) 手持教育技术的在算法教学的应用。

描述算法可以用不同的方式,可以用日常语言和数学公式加以描述,也可以使用程序框图直观地表示算法地整个结构。但是用自然语言或程序框图描述的

算法计算机是无法“理解”的，我们还需要讲算法用计算机能够理解的语言表达出来，通常成为程序设计语言（programming language）。

Ti 手持教育技术的程序功能强大而且简单易懂，方便操作。是信息技术与新课程整合的最佳方式。

学生在学习算法的时候最大的困惑就是，这样就可以解决这个问题吗？尤其是学习循环结构的时候，我们讲了寻找数列中的最小数的算法，课后部分学生还是非常的疑惑，这样的几句话就可以代表整个过程吗？下面的案例是在学生学习完基本语句之后的一个数学实验。

案例一：二分法

例：用二分法求函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 1$ 在区间 (0, 1) 的近似解。

二分法这个概念在《必修一》函数应用一章中出现，它的理论基础是：若函数 $y=f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上的图像是连续曲线，并且在区间端点的函数值符号相反，即 $f(a) \times f(b) < 0$ ，则在区间 (a,b) 内，函数 $y=f(x)$ 至少有一个零点，即相应的方程 $f(x)=0$ 在区间 (a,b) 内至少有一个零解。

二分法是方程求近似解的一种有效的方法，他的思想是确定有解区间 $[a,b]$ ，然后取区间的中点 d ，然后利用前面的定理判断零点在 $[a,d]$ 还是在 $[d,b]$ 内，然后对左右端点 a 和 b 重新赋值。如此反复直到新的有解区间的长度小于给定的误差 ξ ，然后输出近似解是最后区间的中点。

二分法是算法教学中的一个难点，它涉及了循环的语句和变量赋值语句。

【教学情景】

【师】：参数 a 和 b 分别代表有解区间的左端点和右端点， c 表示误差 ξ 。

那么由二分法的思想，我们知道，应该用循环的结构来解决这个问题，那么应该用 `for` 还是用 `while` 循环呢？还有循环结束的条件是什么呢？

【生甲】：两者应该都可以。

【生乙】：不，因为循环的次数不清楚，所以应该用 `while`。循环结束条件是 $|b-a| < c$ 。

【师】：好，那么按照二分法的思想，进入循环后，应该是取这个区间的中点即 $(a+b/2)$ ，如果这个点的函数值是 0，那么这个就是解，输出它。否则继续找新的区间。因为每次都有一个新的区间中点，那么我们用一个变量 d 来表示。假如 $f(a)*f(d) < 0$ ，那么意味着什么？否则呢？

【生】：在区间 $[a,d]$ 上有解，否则在 $[c,d]$ 上有解。

【师】好，那么假如 $f(a)*f(d) < 0$ 的话，新的有解区间是 $[a,d]$ ，我们要改变区间的右端点，即 $b := d$ ，否则改变左端点即 $a := d$ ；然后继续判断新的有解区间的长度是否小于误差。

通过 TI 实验的操作，同学们加深了对算法的理解，对于赋值语句，循环语句的运用有了很大的提高。通过学生的讨论，我们写出了下面的程序，然后在 TI-92 上得以实现。当同学们看到近似解的在不断的逼近的时候，那张惊奇和兴奋的感觉难以言表。

【程序如下】：（/* */表示里面的的是注释内容。）

: Binary(a,b,c) /*参数 a 和 b 分别代表有解区间的左端点和右端点, c 表示误差 ξ */

```

: Prgm
: ClrIO
: While abs(b-a)>c
:   (a+b)/2→d
:   If d^3+d^2-1=0 Then
:     Disp d
:     ElseIf (a^3+a^2-1)*(d^3+d^2-1)<0 Then
:       d→b
:     Else
:       d→a
:     Disp b-a
:   EndIf
: Disp d
: EndWhile
: Disp (a+b)/2
: EndPrgm

```

注：为了让学生感性认识到二分法逐渐缩小有解区间得到近似解的过程，程序执行过程中在每得到一个新的有解区间就输出这个区间的中点。

【结果】:

步骤	显示
切换至 Windows 窗口, 然后输入 binary(0, 1, 0.001)	

【练习】: 求函数 $y = 3x^3 - 5x$ 在区间 (0, 1) 的近似解, 误差为 0.00001。

(二): 在统计中的应用

课标指出要让学生了解随机数的意义, 能运用模拟方法 (包括计算机产生随机数来进行模拟) 估计概率, 初步体会几何概形的意义。模拟是利用模型来研究某些现象的性质的一种方法, 可以节约大量的人力物力。18 世纪中期, 著名的布丰问题就是利用大量的重复实验的所得结果来进行数值计算的方法。目前, 计算机模拟已在生产管理、工程技术、军事演习、科学实验、财政经济以及社会科学中得到了广泛的应用。

在教学中, 让学生运用 TI 图形计算器模拟来体会频率稳定于概率的客观规律, 进一步, 可以利用模拟方法来进行几何概型的学习。

案例二: 通过模拟体验频率稳定于概率的客观规律。

例 2: 模拟抛掷 4 次硬币, 是否一定是 2 次“正面朝上”和 2 次“反面朝上”?

【教学情景】

这是教材在生活中的概率里面的一个问题, 学生已学习过概率和频率的概念, 对两者之间的关系有了初步的了解。大部分同学否定了这个问题, 但是教师

问到底两次正面朝上的概率是多少的时候？同学们陷入了思考，有的同学说是 1/4, 有同学说是 1/2。但是大部分同学还是持不确定的态度。那么我们怎么用模拟的方法来验证呢？

在老师的引导下，同学们提出了不同的模拟方法。基本的算法思想如下：

(1) 用计算机产生随机数的方法产生 0 和 1。产生 0 代表抛掷硬币后正面朝上，反之代表正面朝下。

(2) 产生 4 个随机数算完成一次模拟，模拟完成之后判断这次模拟中是否有出现两次正面朝上。

(3) 一共进行 n 次模拟，假设 n 次当中有 m 次模拟是有两个硬币正面朝上，则出现两次正面朝上的频率 $f = \frac{m}{n}$ ，当 n 越来越大的时候，可近似于概率。

通过模拟，同学们得到了不同的答案。但是当模拟次数越大的时候，汇集几组实验小组的数据，同学们兴奋地发现，这些数据都近似于 0.375。教师指出这是一个 n 重贝努力概率模型，由公式可计得出现两次正面朝上的概率 $p = C_4^2 (\frac{1}{2})^2 (\frac{1}{2})^2 = 0.375$ 。通过实验同学们确信了频率具有有稳定性的特点：即大量重复同一实验，随机事件发生的频率会在某个常数附近摆动。

程序如下：（/* */里面表示的是注释内容。）

```

: Coin(n)      /*n 表示一共模拟多少次*/
: Prgm
: Clrio
: Local i      /*i 是循环变量*/
: 0→i
: Local h      /*h 计算模拟 10 次当中共有多少次模拟出现两次正面朝上*/
: 0→h
: for i, 1, 10, 1
:   Local j    /*j 计算一次模拟中出现多少次正面*/
:   0→j
:   for k, 1, 4, 1
:     local var
:     int (rand()+0.5) →var
:     if var=0 then
:       j+1→j
:     endif
:   endfor
:   if j=2 then
:     h+1→h
:   endif
: Endfor
: Disp "the probability is ", h/n

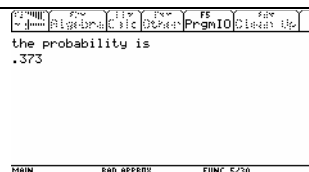
```

【注】：设计程序的时候可以在产生一个随机数的时候输出这个随机数，这样学生对于程序执行有个感性的认识。

【结果】

步骤	显示
----	----

在 Windows 窗口，输入 coin(1000)，1000 表示模拟 1000 次。按 ENTER 观察结果。



练习二：用模拟的方法求抛掷硬币 5 次出现三次正面朝上的概率。

案例三：几何概型。

概率论发展的早期，人们已经注意到只考虑那些结果有限个等可能结果的随机试验是不够的，还必须考虑到有无限多个实验结果的情况。比如一个人到单位的时间可能是 8:00~9:00 之间的任何一个时刻；往方格中投一粒芝麻，芝麻可能落在方格中的任何一点上，这些事件发生的概率只与构成该事件区域的长度（面积或体积）成比例，则这样的概率模型称为几何概型。在几何概型中，事件 A 的概率的计算公式如下：

$$P(A) = \frac{\text{构成事件A的区域长度（面积或体积）}}{\text{实验的全部结果所构成的区域长度（面积或体积）}}$$

例：在正方形中随机地撒一把芝麻，计算落在圆中的芝麻数与落在正方形中的豆子数之比并以此估计圆周率的值。

【教学情景】

教材在几何概型的定义之前先回顾了概率的模拟方法，然后举了向一个由四个小正方形构成的大正方形区域内撒芝麻，求芝麻落在其中一个小正方形内的概率。学生很快的说出了是 1/4。但是这道例题的区域不是多边形，这种规律是否还存在呢？教师鼓励同学们用 TI 图形计算器进行模拟。

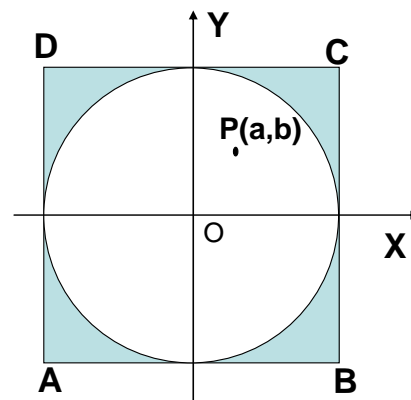
在同学和老师的探讨中，大家写出了下面的算法：

在右图表示的正方形区域 ABCD 中，边长为 1；圆 O 的半径 $r=1$ 。

(1) 用 TI 图形计算器产生两个 0~1 区间的均匀随机数 $a_1 = \text{rand}()$, $b_1 = \text{rand}()$ ；

(2) 经平移和伸缩变化， $a = (a_1 - 0.5) \times 2$, $b = (b_1 - 0.5) \times 2$ ，则 $P(a, b)$ 表示平面直角坐标系中的一个随机点，显然这个点会落在正方形区域 ABCD 内；

(3) 用 $a^2 + b^2 < 1$ 判断这个 P 点是否在圆 O 内。统计落在圆内的点数为 n，用 m 表示落在正方形区域 ABCD 内的点数，计算 $\pi = \frac{4n}{m}$ 。



程序如下：

```

: Simulate(m)
: Prgm
: ClrIo
: local n /*n 表示有多少个点落在圆内*/
: 0→n
: for i, 1, m, 1

```

