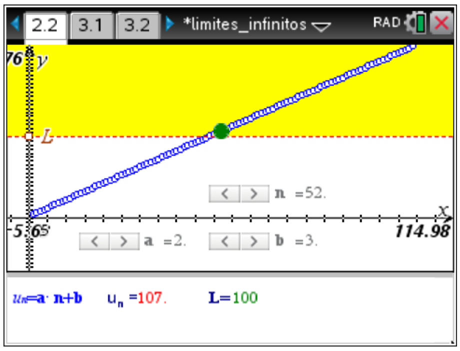
Limites infinitos.

1. Considere a aplicação da página 2.2. do ficheiro limites_infinitos.tns.
   Alterando os seletores a e b pode-se definir diferentes progressões aritméticas. O ponto situado sobre o eixo das ordenadas permite definir diferentes números reais, L, movendo o ponto e ajustando a escala do eixo das ordenadas. O seletor n permite destacar o n-ésimo termo na representação gráfica da progressão.



1.1. Defina na aplicação uma progressão aritmética de razão não nula.
Indique o termo geral da sucessão.

1.2. Considere a sucessão definida na alínea 1.1. Para cada valor $L > 0$ indicado, complete:

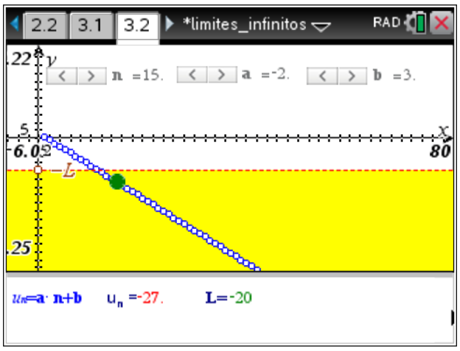
- Para $L = 50$, a partir da ordem ____, todos os termos da sucessão são maiores que 50. Ou seja, para $L = 50$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq$ __ $\Rightarrow u_n >50$;
- $L = 100$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq$ __ $\Rightarrow u_n$ ___ 100;
- $L = 500$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq$ __ $\Rightarrow u_n$ ___ 500;

De um modo geral, pode-se conjeturar que qualquer que seja o número real $L > 0$, existe uma ordem a partir do qual todos os termos da sucessão são _________ que L.

1.3. Mostre a conjetura enunciada na alínea 1.2..
Sugestão: Resolva a inequação $u_n > L$ em ordem a n, sendo u_n o termo geral da sucessão definida em 1.1.

1.4. Completa:
Como, para todo o $L > 0$, existir uma ordem $p \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq$ __ $\Rightarrow u_n$ __ L, o limite da sucessão (u_n) é $+\infty$ ($\lim u_n = +\infty$), ou seja, u_n tende para ___ («$u_n \to +\infty$»).
Note que se $\lim u_n = +\infty$, é porque para todo o $L > 0$, existe uma ordem $p \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq$ __ $\Rightarrow u_n$ __ L.

2. Considere a aplicação da página 3.2. do ficheiro limites_infinitos.tns.



2.1. Defina na aplicação uma progressão aritmética de razão não nula.

Indique o termo geral dessa sucessão.

2.2. Considere a sucessão definida na alínea 2.1. Para cada valor $L > 0$ indicado, complete:

- Para $L = 50$, a partir da ordem ____, todos os termos da sucessão são menores que -50. Ou seja, para $L = 50$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq$ __ $\Rightarrow u_n < -50$;
- $L = 100$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq$ __ $\Rightarrow u_n$ ___ -100;
- $L = 500$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq$ __ $\Rightarrow u_n$ ___ -500;

De um modo geral, pode-se conjeturar que qualquer que seja o número real $L > 0$, existe uma ordem a partir do qual todos os termos da sucessão são _________ que $-L$.

2.3. Mostre a conjetura enunciada na alínea 2.2.

2.4. Completa:

Como, para todo o $L > 0$, existir uma ordem $p \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq$ __ $\Rightarrow u_n$ __ $-L$, o limite da sucessão (u_n) é $-\infty$ ($\lim u_n = -\infty$), ou seja, u_n tende para ___ («$u_n \to -\infty$»).

Note que se $\lim u_n = -\infty$, é porque, para todo o $L > 0$, existe uma ordem $p \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq$ __ $\Rightarrow u_n$ __ $-L$.

3. Considere as sucessões que se podem escrever na forma $u_n = an + b$, com $a \neq 0$.

3.1. Indique:

$\lim(2n+3) =$

$\lim(-7n-3) =$

$\lim(n-5) =$

$\lim\left(\frac{3}{2}n\right) =$

$\lim\left(-\frac{5}{3}n+3\right) =$

$\lim\left(-\frac{n}{2}\right) =$

3.2. Observando a alínea 3.1., o que se pode concluir sobre o sinal de a e o limite da sucessão.