Autor: Jorge Santos

Definição da Elipse
Equação cartesiana reduzida

1. Descrição

Com esta tarefa, pretende ilustrar-se geometricamente a propriedade geométrica da elipse através do método do jardineiro de modo a reconhecer a elipse como um conjunto de pontos cuja soma das distâncias a dois pontos fixo (focos) é constante e igual ao eixo maior.

Também se pretende analisar a sua equação reduzida no caso em que os focos estão sobre o eixo *Ox*.

Ficheiros: definicao_elipse.tns

2. Metas Curriculares

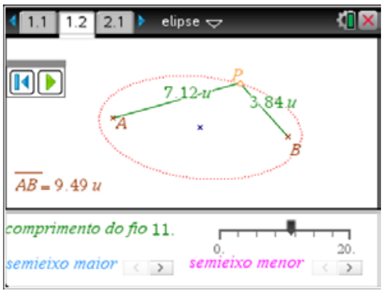
Geometria Analítica 10 – GA10

1.8. Designar, fixada uma unidade de comprimento e um plano, dados dois pontos A e B pertencentes a esse plano e um número $a > \frac{1}{2}\,\overline{AB}$, por «elipse» o conjunto de pontos do plano tais que $d(P, A) + d(P, B) = 2a$, por «focos da elipse» os pontos A e B, por «centro da elipse» o ponto médio do segmento de reta $[AB]$, e por «eixo maior da elipse» o número $2a$ (e a por «semieixo maior da elipse»), interpretando-o geometricamente.

1.10. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, dado um plano munido de um referencial ortonormado e $0 < b < a$ que a equação $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ é uma equação cartesiana da elipse de semieixo maior a e semieixo menor b que tem focos $A(-c, 0)$ e $B(c, 0)$, onde $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, e designá-la por «equação (cartesiana) reduzida da elipse».

4. Guia de utilização e de exploração

FICHA 03 - Descritor (GA10-1.8) - Página 1.2



Para definir o comprimento do fio utilizado pelo jardineiro, deverá alterar o respetivo seletor na parte inferior da aplicação.

Poderá mover diretamente o ponto P para definir o lugar geométrico dos pontos cuja distância a A e a B somam $2a$ (comprimento do eixo maior). Também poderá ativar a animação do ponto móvel P primindo o botão de animação.

Com os seletores de cor azul e rosa, poderá exibir na aplicação o semieixo maior e o semieixo menor da elipse.

Exercício 1

Ao explorar a aplicação e ao mover o ponto P, observa-se que $d(P, A) + d(P, B)$ é igual ao comprimento do fio.

Exercício 2

Ao aproximar o ponto P do eixo do maior, pode observar-se que o comprimento do fio é igual ao comprimento do eixo maior, ou seja, $c = 2a$ e atendendo à relação encontrada no exercício 1, temos $d(P, A) + d(P, B) = 2a$.

Exercício 3

Começa-se por definir a posição das estacas (focos A e B) e o comprimento do fio (eixo maior $2a$). Ao mover os focos A e B e o ponto P, conjetura-se que só é possível traçar a elipse nos casos em que o comprimento do fio é maior que a distância de A a B, ou seja, $d(P,A)+d(P,B)=2a>\overline{AB}$.

Exercício 4

Movemos os pontos A e B e verificamos que obtemos uma circunferência quando a posição dos focos coincidem.

FICHA 03 - Descritor (GA10-1.10) - Página 2.1

Exercício 5

Observa-se que o coeficiente do termo com parte literal x^2 é $\frac{1}{a^2}$ e que o coeficiente do termo com parte literal y^2 é $\frac{1}{b^2}$.