

Teoria Frequencista – simulaçõesEduardo Cunha
Raul Aparício Gonçalves**RESUMO E OBJETIVOS**

O tema de Probabilidades da disciplina de MACS não inclui a análise combinatória, o que poderá levar a pensar-se que não se possa abordar, em contexto e de forma simplificada, as técnicas de contagem. O problema “O dia do Aniversário”, além de habitualmente criar alguma curiosidade nos alunos, permite abordagens simples e complementares, através da simulação (teoria frequencista) e do cálculo “teórico” (teoria clássica).

Nesse sentido, nesta atividade pretende-se que os alunos, com recurso à tecnologia TI-Nspire CX II, explorem as várias formas de simularem experiências aleatórias, quer com recurso à Calculadora, quer com recurso às Listas e Folha de Cálculo, quer ainda à programação em TI-Basic ou TI-Python.

Em conclusão, com esta atividade pretende-se:

- promover a capacidade de interpretação de um problema e dessa forma formular estimativas quanto à probabilidade de dados acontecimentos.
- apresentar uma abordagem diferente, contextualizada e computacional, para o cálculo de probabilidades.
- promover exploração da tecnologia ao nível da programação e desenvolver competências como a análise crítica e reflexiva.

MATERIAIS E PREPARAÇÃO

- TI-Nspire CX ou CX II-T
- Ficha do Aluno (uma por aluno)

Esta tarefa deve ser realizada, preferencialmente, em pares devendo cada par ter acesso a pelo menos uma unidade portátil (calculadora) TI-Nspire CX II ou ao respetivo software.

A tarefa poderá servir como introdução ao tema de Modelos de Probabilidades, dado que as questões de trabalho que são propostas aos alunos se baseiam na compreensão, pelo senso comum, da situação problema e no uso de ferramentas da tecnologia TI-Nspire CX II.

Todas as questões colocadas são acompanhadas pela descrição dos passos a seguir na TI-Nspire CX II, procurando-se desta forma que os alunos se apropriem do processo de simulação da experiência aleatória, e adquiram conhecimentos sobre ferramentas da tecnologia.



Teoria Frequentista – simulações

Eduardo Cunha
Raul Aparício Gonçalves

TAREFAS E INVESTIGAÇÕES PARA OS ALUNOS

Considera-se que o contexto dado a esta atividade, uma situação que desperta curiosidade e lança alguma reflexão e discussão quanto ao valor de uma estimativa, merece que seja fomentada discussão e partilha entre os alunos.

Sendo a Ficha do Aluno suficientemente orientada, quer através da promoção de alguma reflexão, quer principalmente através dos “guiões” para a execução das instruções com a tecnologia TI-Nspire CX II em cada questão, apenas se apresentam abaixo as imagens relativas ao ficheiro tns para o professor, **prob_dia_aniversario_prof.tns**. Neste ficheiro o professor tem a resolução das questões levantas aos alunos e tem ainda duas possíveis propostas de extensão da atividade.

Assim, no Problema 2 do ficheiro encontra-se o desafio de ir mais além usando-se a programação, quer através do TI-Basic quer do TI-Python. Nesse problema apresenta-se um programa já construído que o utilizador poderá executar e obter rapidamente simulações, tendo como variáveis de entrada o número de pessoas e o número de experiências aleatórias a simular.

Por fim, no Problema 3 do mesmo ficheiro encontra-se uma proposta de apresentação do cálculo da probabilidade “teórica”, numa primeira parte recorrendo a uma folha de cálculo e depois à representação gráfica.

Estas duas possíveis extensões da atividade poderão ser realizadas por alguns alunos ou apenas apresentadas e discutidas pelo professor com toda a turma.

PROBLEMA 1 – Atividade proposta aos alunos

The screenshots show the following content:

- Slide 1.1:** Title page with 'MACS – 11º ANO', 'Modelos de Probabilidades (Ficha do aluno)', 'Teoria Frequentista - simulações', and 'Ficheiro do Professor'.
- Slide 1.2:** 'SITUAÇÃO PROBLEMA | O dia de Aniversário'. Text: 'Um problema clássico do estudo de probabilidades é “O dia de Aniversário” que consiste em estudar qual a probabilidade de num conjunto de n pessoas pelo menos duas festejarem o seu aniversário no mesmo dia, independentemente da sua idade.'
- Slide 1.3:** Text: 'Na página de calculadora seguinte estão uma sequência de instruções que os alunos devem experimentar e gradualmente construir um modelo eficaz de simular esta experiência aleatória.'
- Slide 1.4:** TI-Basic code:


```
randInt(1,365,10)→aniv
  { 157,211,307,98,93,31,290,82,352,60 }
SortA aniv          Efectuado
aniv
  { 31,60,82,93,98,157,211,290,307,352 }
ΔList(aniv)→dif_aniv
  { 29,22,11,5,59,54,79,17,45 }
countIf(dif_aniv,0) 0
```
- Slide 1.5:** TI-Basic code:


```
countIf(ΔList(numtheory\sort_asc(randInt(1,365,2500)),0),0)
*st(numtheory\sort_asc(randInt(1,356,10))),0)
countIf(ΔList(numtheory\sort_asc(randInt(1,365,2500)),0),0)
countIf(ΔList(numtheory\sort_asc(randInt(1,365,2500))),0)
```
- Slide 1.6:** Text: 'Na página seguinte, na aplicação de **Lista e Folha de Cálculo**, está criado um processo de realizar simultaneamente 2500 experiências e obter a frequência relativa do acontecimento. Bastará clicar simultaneamente nas teclas **CTRL** e **R** para repetir os cálculos.'

Teoria Frequencista – simulações

Eduardo Cunha
Raul Aparício Gonçalves

A	simulac...	B	C	D	E	F	G
=	seq(count						
1	0 Nº sucessos=		294				
2	1 Nº experiências=		2500				
3	0 Freq relativa=		0.1176				
4	0						
5	0 CTRL + R para repetir						
6	0						
7	0						
8	0						
9	0						
10	0						
11	0						

PROBLEMA 2 – INDO MAIS ALÉM ... a programação

O PARADOXO DO ANIVERSÁRIO

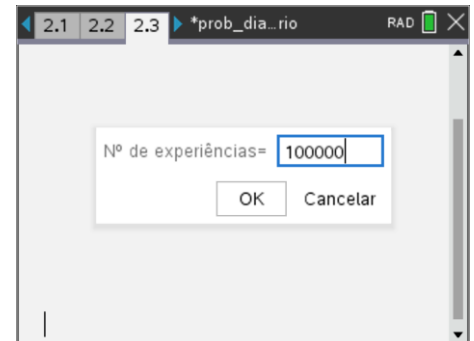
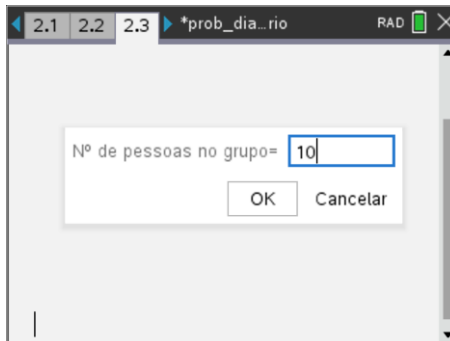
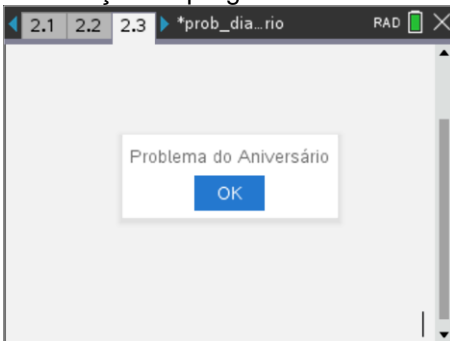
Agora que já temos todo o nosso processo de simulação bem estruturado, vamos construir um programa que calcule a frequência relativa de, num grupo de **n** pessoas, **pelo menos duas** festejarem o seu aniversário no mesmo dia!

Para executar o programa **aniversario()** basta na página de Calculadora seguinte inserir o nome do programa e clicar ENTER.

Ao lado encontra-se o programa
>>>>>

```
aniversario()
```

A execução do programa:



PROBLEMA DO ANIVERSÁRIO

Num grupo de 10 pessoas, após 100000 simulações, a frequência relativa do acontecimento "pelo menos duas festejarem o aniversário no mesmo dia" é de 11.776 %.

Efectuado

PROBLEMA 2 – O CÁLCULO TEÓRICO DA PROBABILIDADE

Neste problema encontra-se o cálculo teórico da probabilidade do acontecimento em estudo.

O cálculo é realizado recorrendo ao acontecimento contrário, isto é, ninguém festejar aniversário no mesmo dia.

Assim,

$$P(A) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - np)}{365^{np}}$$

sendo np o número de pessoas do grupo.

A	n_pessoas	B	freq_relati...	C
=	seq(n,n,1,100)	=	1-365!/((365-	
7	7		0.056236	
8	8		0.074335	
9	9		0.094624	
10	10		0.116948	
11	11		0.141141	

