

Funções Trigonométricas - Modelação

Eduardo Cunha
Raul Aparício Gonçalves

RESUMO E OBJETIVOS

Os alunos irão utilizar a tecnologia TI-Nspire para definir expressões analíticas de famílias de funções do tipo $a \cos(bx + c) + d$ que modelem uma situação concreta e realista. Devem, para tal, mobilizar conhecimentos de trigonometria que são tratados no 12º ano de matemática A.

MATERIAIS E PREPARAÇÃO

- TI-Nspire CX ou CX II-T
- Ficheiro ramos corda.tns
- Folha de tarefas

TAREFAS E INVESTIGAÇÕES PARA OS ALUNOS

Num primeiro momento importa que o aluno interprete a situação e entenda qual será o tipo de funções mais adequadas. A situação tem dados concretos e os mesmos estão expressos na página 1.3 de forma organizada e já com cálculos automáticos em função deles que aproximam dos parâmetros para expressões do tipo $a \cos(bx + c) + d$.

1.1 1.2 1.3 corda RAD

Duas pessoas balançam uma corda para uma terceira saltar. O ponto mais alto do meio da corda fica a 190 centímetros do solo e o mais baixo a 6 centímetros do solo.

A corda faz 3 revoluções a cada 2 segundos.

Escreve um modelo para a altura h , em centímetros, de uma corda, em função do tempo t , em segundos, dado que a corda está no ponto mais baixo para $t=0$ segundos.

O aluno é convidado a trabalhar sobre os dados de modo a obter os parâmetros.

Desde logo, deverá perceber a relação entre a variação das alturas para concluir que $a = 92$. Continuando a utilizar os valores das alturas e o conhecimento do comportamento deste tipo de funções poderá chegar a $d = 98$.

O facto de se saber que a corda faz três revoluções a cada dois minutos, leva a um período de 1,5. Assim, $b = \frac{2\pi}{1.5}$.

Faltando determinar o parâmetro c , uma equação que iguale a expressão a 6, substituindo a variável x por 0 (é referido inicialmente que no início da contagem do tempo a altura é mínima) levará a diferentes possibilidades para c , como π , por exemplo.

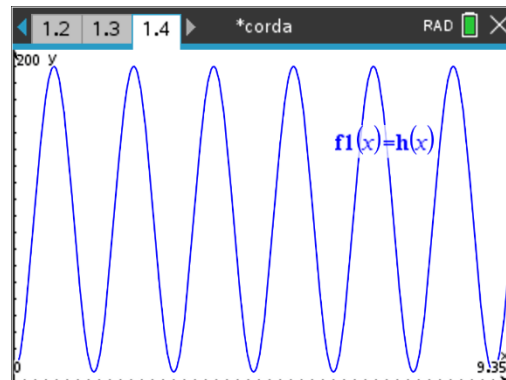
1.1 1.2 1.3 *corda RAD

Altura máxima: 190
Altura mínima: 6
variação na vertical: 184
metade da amplitude do intervalo de variação: 98
número de revoluções por segundo: $\frac{3}{2}$

Funções Trigonométricas - Modelação

Eduardo Cunha
Raul Aparício Gonçalves

Note-se que o aluno poderá observar um modelo na página 1.4, mas não tem a sua expressão, o que só conseguirá com o trabalho referido. Nesta página da aplicação corda.tns, o aluno poderá colocar o seu modelo e comparar com o descrito e fazer as correções que alguma divergência suscite.



A aplicação foi construída utilizando um procedimento computacional, desde a página do enunciado.

Duas pessoas balançam uma corda para uma terceira saltar. O ponto mais alto do meio da corda fica a máximo:=190 190 centímetros do solo e o mais baixo a 6 centímetros do solo.

A corda faz 3 revoluções a cada 2 segundos.

Note-se que os valores referidos estão ligados a variáveis, os quais podem ser alterados e em função da alteração, os valores e a representação gráfica das páginas seguintes são consequentemente alterados.

Note-se ainda que no final da página 1.3 há a expressão relacionada com essas variáveis, que não revela de imediato os valores dos parâmetros e é a partir de aí que se observa a representação gráfica da página 1.4, sem expressão.

$$h(x) := \frac{v}{2} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{15} \cdot x + \pi\right) + s \quad \text{Efectuado}$$

O professor poderá fazer um aproveitamento desta aplicação, conhecendo esta construção das páginas, para explorar a situação de forma mais aprofundada, como:

- proposta de trabalho análogo, com outros dados;
- proposta de alteração da função cosseno para a função seno;
- questões relacionadas com a situação a partir de um modelo concreto;
- etc...