Teorema de Lagrange – Interpretação geométrica

1. Descrição

Com esta tarefa, pretende estudar-se o Teorema de Lagrange explorando a sua interpretação geométrica.

Ficheiro: lagrange.tns

2. Metas Curriculares

Funções Reais de Variável Real 11 – FRVR11

8.2. Saber, dada uma função real de variável real f contínua em $[a,b]$, $(a<b)$, e diferenciável em $]a,b[$ que existe $c\in]a,b[$ tal que $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$, interpretar geometricamente este resultado e designá-lo por «Teorema de Lagrange».

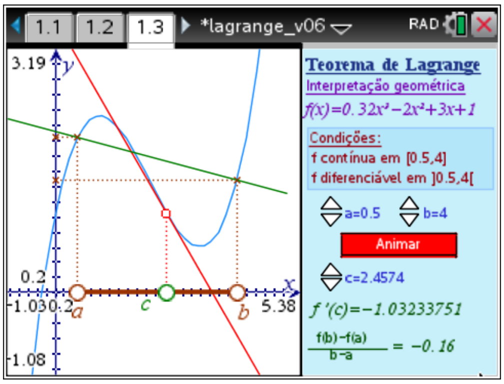
3. Guia de utilização e de exploração

FICHA 06 - Descritor (FRVR11-8.2)

O intervalo $[a,b]$ pode ser definido pelos seletores a e b ou movendo os pontos do gráfico de abcissas a e b.

O valor c no intervalo $]a,b[$ pode ser defindo, quer pelo seletor correspondente, quer movendo o ponto do gráfico com abcissa c.

O botão Animar permite animar o ponto de abcissa c, movendo-o ao longo do segmento de reta definido pelos pontos de abcissas a e b.



Exercício 1

Não se pretende neste exercício impor restrições à escolha do intervalo $[a,b]$ para que uma posterior discussão seja mais profícua.

Exercício 1.1

Pretende reconhecer-se que $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ é o declive da reta secante ao gráfico da função f nos pontos $(a,f(a))$ e $(b,f(b))$.

Exercício 1.2

$f'(c)$ é o declive da reta tangente ao gráfico no ponto de abcissa c.

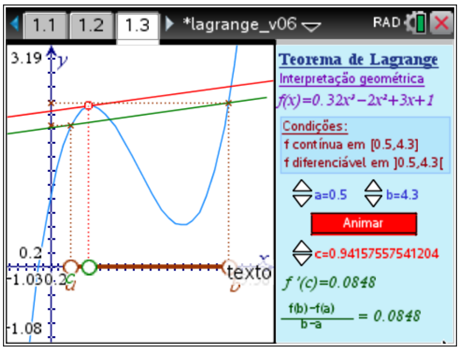
Exercício 1.3

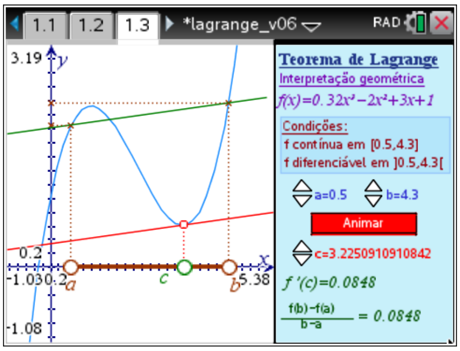
No relatório a elaborar pretende-se que estejam presentes as seguintes conclusões:

- Qualquer que seja o intevalo $[a,b]$ a considerar existe sempre um valor $c\in]a,b[$ tal que $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$;

Autores: Jorge Santos e José Martins

- Dependendo da função e do intervalo $[a, b]$ a considerar, pode existir mais do que um valor um $c \in]a, b[$ tal que $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$;
- A reta secante ao gráfico da função f nos pontos $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$ é paralela à reta tangente ao gráfico no ponto de abcissa $c \in]a, b[$;
- Nas condições definidas, f contínua num intervalo $[a, b]$ e diferenciável em $]a, b[$, condições do Teorema de Lagrange, existe pelo menos uma reta tangente ao gráfico de f num ponto de abcissa $c \in]a, b[$ paralela à reta secante ao gráfico da função nos pontos $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$ (pontos do gráfico de abcissas iguais aos extremos do intervalo $[a, b]$).





Autores: Jorge Santos e José Martins