

Teoria da partilha equilibrada

Competências a desenvolver

- *Aptidão para investigar situações recorrendo à modelação e para elaborar, analisar e descrever modelos;*
- *A sensibilidade e disponibilidade para abordar problemas sociais e compreender a importância da matemática para melhorar a decisão em qualquer regime político democrático;*
- *Aptidão para descrever a realidade, enfrentar situações e resolver problemas utilizando diversos sistemas matemáticos.*

Método de Hondt e Método de Sainte-Lague

Eleições Legislativas no distrito de Setúbal

Na tabela que se segue encontram-se os resultados das Eleições Legislativas no distrito de Setúbal. Utilizando os métodos de Hondt e de Sainte-Lague, verifica o número de mandatos atribuídos a cada partido/coligação, usando apenas o número de votos de cada partido/coligação e o número total de mandatos.



Concorrentes	Número de votos	Mandatos atribuídos
PS	114 358	5
PPD/PSD	105 965	5
PCP-PEV	82 816	4
CDS-PP	50 660	2
BE	29 620	1
PAN	6 197	0
PCTP/MRPP	6 109	0
MEP	1 779	0
MPT	1 649	0
PNR	1 581	0
PPV	1 184	0
PTP	1 126	0
PPM	883	0
PND	646	0
POUS	304	0
Em branco	10 742	
Nulos	5 818	
Votantes	421 387	
Abstenções	290 746	
Inscritos	712 133	
Total de mandatos		17

E. Longo, I. Branco, MACS 10ºANO, Texto Editores, 2015

Proposta de resolução

No menu inicial do TI-Nspire, acessível através da tecla \square (on), abre um novo documento (tecla \square) ou adicione uma nova página com a aplicação Listas e Folha de Cálculo (quarto ícone).


Esta aplicação do TI-Nspire possui todas as funcionalidades matemáticas de uma folha de cálculo, sendo o ambiente de trabalho e formatação muito semelhante ao Microsoft Excel, e conjuga estas funcionalidades com as potencialidades de listas de uma calculadora.



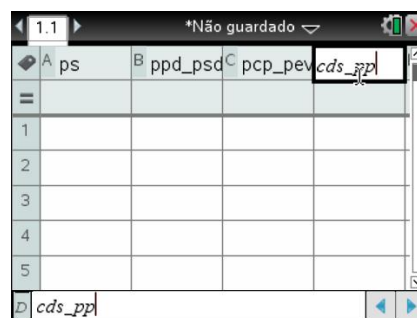
MÉTODOS DE APOIO À DECISÃO




Ao abrir-se uma página da aplicação Listas e Folha de Cálculo surge uma nova janela com as colunas e linhas que compõem as várias células da folha de cálculo, sendo que as linhas a sombreado são habitualmente utilizadas para as potencialidades de listas.



A linha com o símbolo  destina-se à colocação do nome da lista, sendo que o nome não pode ter espaços, não é sensível às maiúsculas e é de evitar caracteres acentuados e especiais.

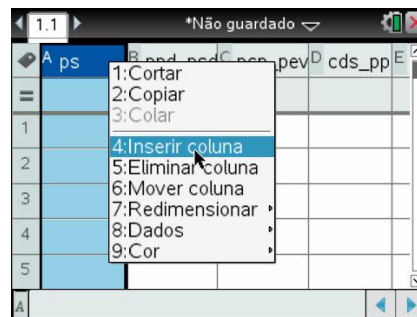
A designação das listas (colunas) é indispensável para a representação gráfica e para cálculos estatísticos realizados noutras páginas do documento TI-Nspire.




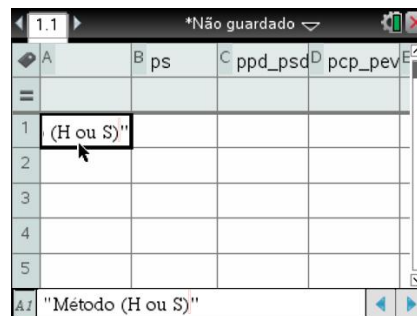
Na linha com o símbolo  são inseridas as fórmulas matemática que permitem o preenchimento automático da coluna. Para facilmente se deslocar o cursor da 1ª linha para a última linha, e vice-versa, clica-se nas teclas , e .

Neste exemplo iremos usar, quase exclusivamente, as funcionalidades de listas. Começemos por, na linha do nome das listas, atribuir o nome dos partidos/coligações às listas/colunas A, B, C, D e E.

Para construir um modelo dinâmico em que o utilizador possa definir qual o método a aplicar e o número de mandatos a atribuir vamos inserir uma coluna à esquerda das listas dos partidos/coligações.



Deslocando o cursor até ao cimo da coluna A, até a coluna ficar selecionada (ficará a sombreado), usamos no menu de contexto () a opção 4:Inserir coluna. Surgirá uma nova coluna, que passará a ser a coluna A, em branco.



Nessa nova coluna vamos, na linha 1 e na linha 3, inserir as etiquetas (texto, portanto é necessário ficar entre aspas): “Método (H ou S)” e “Nº Mandatos”.

MÉTODOS DE APOIO À DECISÃO

Em cada uma destas células, A1 e A3, e usando no menu de contexto (**ctrl** + **menu**) a opção B:Cor seguida da opção 2:Cor de preenchimento, formate-se a cor de preenchimento do fundo das células, por exemplo, a amarelo.

Poder-se-á, ainda, formatar com outra cor de fundo as células, A2 e A4, que se destinam a ser preenchidas pelo utilizador.

Na célula A2 o utilizador terá que inserir, como texto, a letra “H” para seleccionar o método de Hondt ou a letra “S” para seleccionar o método de Sainte-Lague.

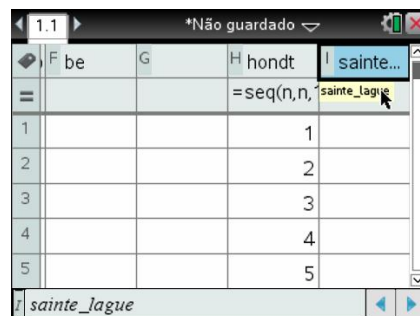
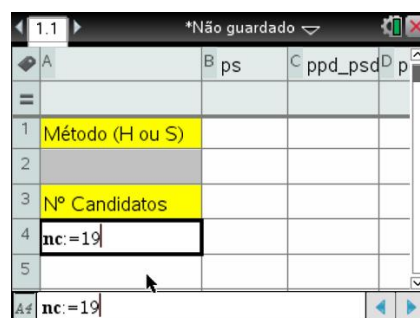
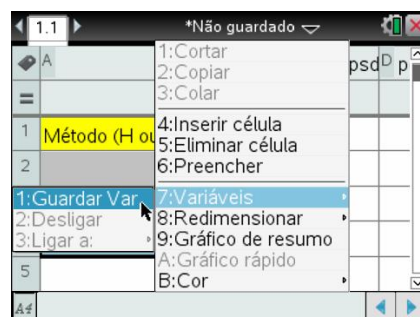
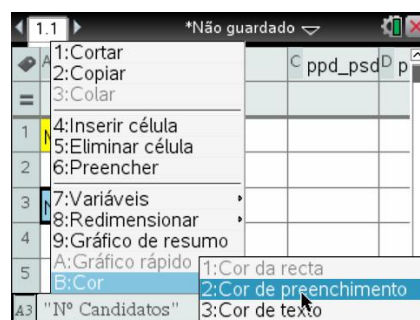
Para que se possa automaticamente, em função da letra inserida na célula A2, calcular os quocientes correspondentes ao método pretendido teremos que guardar o conteúdo da célula numa dada variável.

Assim, por exemplo, para o número de mandatos a apurar, insira-se na célula respetiva, A4, o número 19. De seguida com o cursor na célula A4 e usando o menu de contexto (**ctrl** + **menu**) selecione-se a opção 7:Variáveis seguida da opção 1:Guardar Var, por fim designe-se a variável por **nc**.

O valor da célula surgirá a negrito e colocando-se o cursor sobre a célula surgirá o nome da variável associada à célula.

Em listas/colunas um pouco mais afastadas, por exemplo H e I, vamos inserir os divisores pelo método de Hondt e pelo método de Sainte-Lague. Como nome das listas coloquemos, sem aspas, “hondt” e “sainte_lague”.

Dado o número de mandatos estar já definido e guardado na variável **nc**, bastará obter os primeiros **nc** divisores de cada método, sendo esta a situação limite de apenas um partido/coligação ter eleito candidatos!



MÉTODOS DE APOIO À DECISÃO

Continuando a usar as funcionalidades de listas, coloque-se na linha das fórmulas de listas as sequências que permitem obter os divisores, num caso a sequência de termo geral n (n° naturais) e no outro de termo geral $2n-1$ (n° ímpares).

A sintaxe (forma de escrita) da função sequência no TI-Nspire CX é a seguinte:

$seq(\text{termo geral, variável do termo geral, limite inferior, limite superior})$

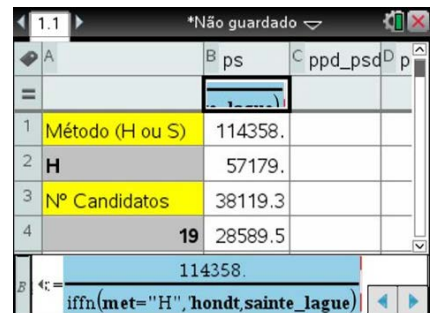
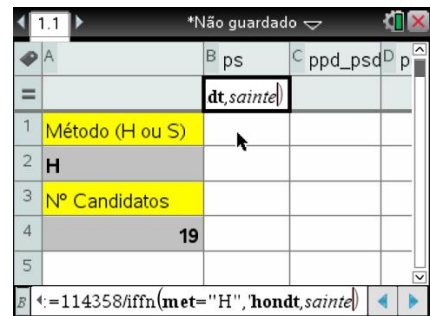
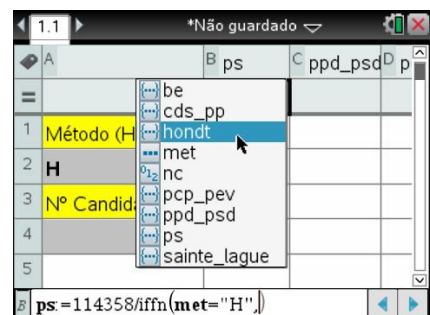
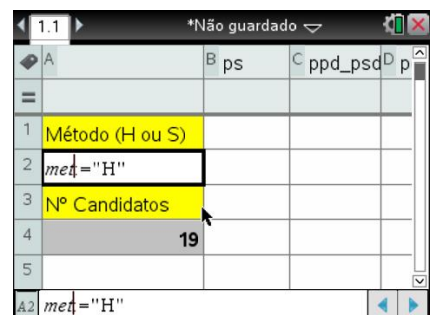
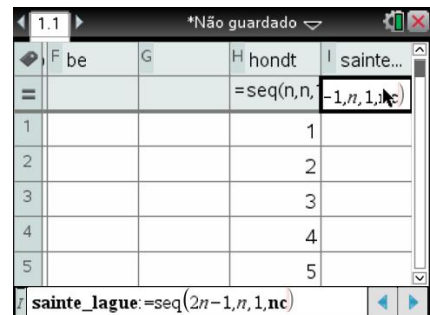
Assim, deverá inserir-se as seguintes expressões para obter os divisores:

$seq(n, n, 1, nc)$
 $seq(2n - 1, n, 1, nc)$

Temos assim definida a dependência do número de divisores dos métodos em função do número de mandatos a distribuir, neste caso variável **nc**.

Façamos igual procedimento quanto ao método a utilizar, que será definido pelo utilizador na célula A2. Insira-se nesta célula a letra, por exemplo, "H" (com aspas, pois trata-se de texto) e guarde-se o seu valor como variável **met** (no menu de contexto (**ctrl** + **menu**) selecione-se a opção 7:Variáveis seguida da opção 1:Guardar Var)

De seguida vamos inserir na lista/coluna "ps" a fórmula que permitirá calcular os respetivos quocientes em função do método selecionado na célula A2. A fórmula a inserir terá que ser condicional, isto é, se o valor da variável **met** for "H" então o número de votos do partido deverá ser dividido pelos divisores do método de Hondt, se o valor da variável **met** for "S" então serão usados os divisores do método Sainte-Lague. Para mais facilmente se inserir o nome das variáveis e das listas deve-se clicar na tecla **var** e selecionar a variável/lista pretendida.



MÉTODOS DE APOIO À DECISÃO

No TI-Nspire CX a função condicional SE escreve-se **iffn()**, sendo que no caso do partido “ps” deveremos escrever a seguinte expressão:

$$=114358/iffn(\text{met}=\text{"H"}, \text{hondt}, \text{sainte_lague})$$

para obter os seus quocientes.

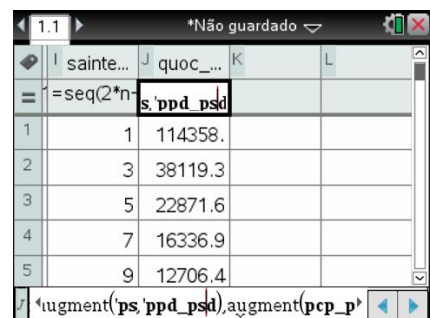
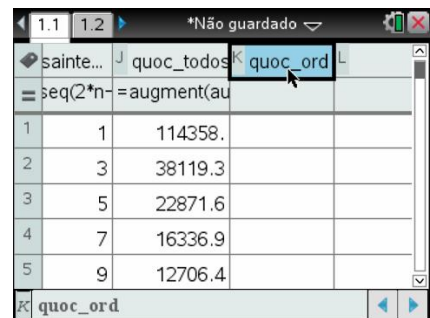
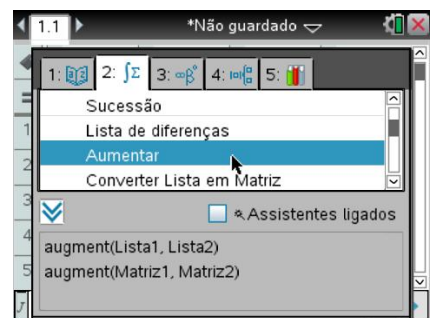
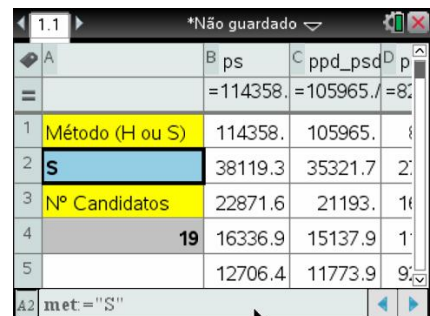
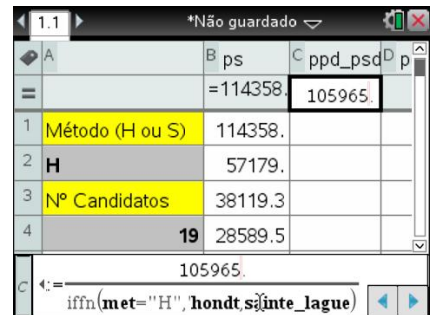
Por defeito os quocientes surgirão em forma de fração, pelo que se sugere a estratégia de colocar o número de votos como número decimal, isto é, escrever 114358.0 .

Para mais rapidamente se inserir as expressões nas restantes listas pode-se clicar na tecla **enter** sobre a fórmula da lista “ps”, copiar a expressão usando o atalho **ctrl+C** , deslocar o cursor para a fórmula de outra lista e clicar novamente na tecla **enter**, colar a expressão usando o atalho **ctrl+V**, e finalmente alterar o número total de votos colocando os do respetivo partido.

Após a obtenção dos vários quocientes de cada partido, pelo método Hondt já que a letra inserida na célula A2 era “H”, pode-se alterar a letra para “S” e automaticamente surgirão os quocientes resultantes do método de Sainte-Lague.

O modelo construído até agora permite-nos obter, automática e rapidamente, os quocientes de vários partidos para um certo número de mandatos a atribuir e para o método selecionado.

Vejamos como poderemos tornar o modelo mais completo, mais propriamente acrescentar a funcionalidade de obtermos o número de mandatos atribuídos a cada partido/coligação. Para isso iremos precisar da operação entre listas que permite aumentar uma lista a outra, essa função, acessível através do catálogo do TI-Nspire CX (tecla **ctrl+M**), designa-se por **augment()** e tem como parâmetros duas quaisquer listas. Designando a lista J por “quoc_todos” insira-se a seguinte fórmula:



MÉTODOS DE APOIO À DECISÃO

= augment(augment(augment(ps, ppd_psd), augment(pcp_pev, cds_pp)),
be)

para obter numa só lista todos os quocientes dos vários partidos.

A lista de todos os quocientes, **quoc_todos**, depois de ordenada na forma decrescente permitirá obter o último quociente a dar direito à eleição de um deputado, o que significará que todos os quocientes superiores ou iguais a esse quociente dão direito a eleição de um deputado.

Coloquemos na lista K, que poderemos designar por “quoc_ord” (sem aspas), todos os quocientes mas ordenados na forma decrescente. Poderemos efetuar este procedimento na própria folha de cálculo ou então numa nova página da aplicação Calculadora (teclas **ctrl**+**doc** e opção 1:Adicionar Calculadora).

Na página de calculadora iremos executar duas operações numa só linha de entrada, separando com “.” as várias operações. Numa primeira operação grava-se/armazena-se (teclas **ctrl**+**var**) para os dados da lista **quoc_todos** na lista **quoc_ord**, e na segunda operação ordena-se na forma decrescente os dados da lista **quoc_ord**.

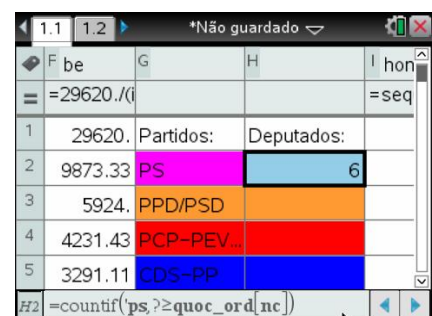
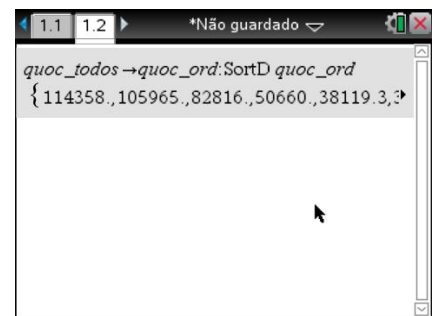
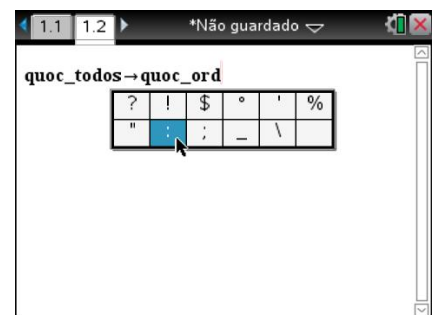
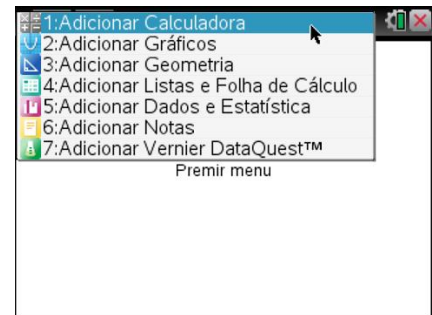
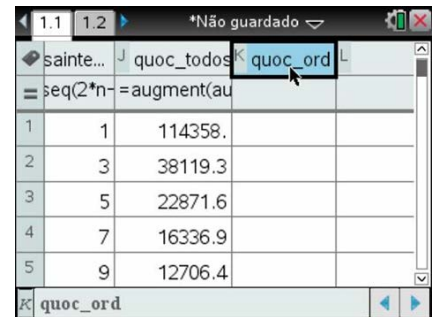
A linha de entrada a executar deverá ser:

quoc_todos→quoc_ord : SortA quoc_ord

sendo o resultado a lista ordenada.

Na folha de cálculo a lista **quoc_ord** surgirá já ordenada na forma decrescente sendo que o seu elemento de ordem **nc** (nº de mandatos) corresponderá ao último quociente que deu direito à eleição de um deputado.

Desta forma podemos obter automaticamente o número de deputados eleitos por cada partido. Para isso começemos por, na coluna G, inserir etiquetas relativas ao cabeçalho da coluna e aos nomes dos vários partidos concorrentes. Na coluna H, para além da etiqueta de



MÉTODOS DE APOIO À DECISÃO

cabeçalho, vamos inserir a fórmula que nos permite obter o número de deputados eleitos.

Usando a função `countif` (que dá como resultado o número de elementos de uma lista (ou intervalo de células) que satisfaz uma dada condição inserimos, por exemplo para o “ps”, a seguinte expressão:

$$=countif(ps, ? \geq quoc_ord(nc))$$

Esta expressão pode ser copiada e adaptada, bastando alterar o nome da lista do partido, para cada um dos restantes partidos. Pode-se ainda formatar a cor de preenchimento de cada célula com a cor do respetivo partido.

Alterando-se apenas o número de mandatos a distribuir, automaticamente surgirão adaptados o número de deputados eleitos por cada um dos partidos, já que a alteração no número de mandatos não influencia o cálculo dos quocientes de cada partido.

Poder-se-á ter que voltar a ordenar a lista de todos os quocientes caso a alteração do número de mandatos seja bastante significativa ao ponto do número total de quocientes anteriormente calculados se a insuficiente.

Quando no nosso modelo dinâmico se altera o método eleitoral a utilizar, e desta forma se alteram os quocientes de todos os partidos, é sempre necessário refazer a lista “`quoc_ord`” já que esta lista não é atualizada automaticamente.

Assim, sempre que se altere o método eleitoral (através da célula A2) é necessário voltar a executar as operações gravar/armazenar (teclas `ctrl`+`var`) para os dados da lista `quoc_todos` na lista `quoc_ord` seguida da operação ordenar na forma decrescente os dados da lista `quoc_ord`.

Esta linha de entrada poderá ser recuperada selecionando-se a linha de entrada anterior, clicando-se na tecla `enter` e de seguida clicar novamente na tecla `enter` para executar as operações.

	G	H	I	hondt
=	20./()			=seq(n,n,
2	4810.	PS	6	2
3	73.33	PPD/PSD	6	3
4	7405.	PCP-PEV..	4	4
5	5924.	CDS-PP	2	5
6	36.67	BE	1	6

A	B ps	C ppd_psd	D p
=	=114358.	=105965./	=8.
2	H	57179.	52982.5
3	Nº Candidatos	38119.3	35321.7
4	17	28589.5	26491.3
5		22871.6	21193.
6		19059.7	17660.8

	G	H	I	hondt
=	20./()			=seq(n,n,
2	4810.	PS	5	2
3	73.33	PPD/PSD	5	3
4	7405.	PCP-PEV..	4	4
5	5924.	CDS-PP	2	5
6	36.67	BE	1	6

A	B ps	C ppd_psd	D p
1	Método (H ou S)	114358.	105965.
2	S	38119.3	35321.7
3	Nº Candidatos	22871.6	21193.
4	17	16336.9	15137.9
5		12706.4	11773.9

```

quoc_todos → quoc_ord: SortD quoc_ord
{ 114358., 57179., 38119.3, 28589.5, 22871.6 }

quoc_todos → quoc_ord: SortD quoc_ord
{ 114358., 38119.3, 22871.6, 16336.9, 12706.4 }
    
```



Voltando-se à página da aplicação Listas e Folha de Cálculo encontrar-se-ão os dados já corretamente atualizados, em particular o número de deputados eleitos por cada partido aplicando-se o método agora selecionado, o método de Sainte-Lague.

Neste exemplo optou-se por interagir com as potencialidades da aplicação Calculadora, no entanto poder-se-ia executar os mesmos procedimentos na própria aplicação de Listas e Folha de Cálculo.

	G	H	I	hondt
1	520.7			=seq(n,n,
2	73.33	PS	5	2
3	5924.	PPD/PSD	5	3
4	31.43	PCP-PEV...	4	4
5	31.11	CDS-PP	2	5
6	22.73	BE	1	6

#2 =countif('ps, >=quoc_ord(nc))

Bastaria que, sempre que se alterasse o método a aplicar, se definisse a lista “quoc_ord” como sendo igual à lista “quoc_todos” e de seguida se a ordenasse, perdendo-se neste caso a identidade entre as duas listas. Para ordenar a lista deve-se selecionar a lista e usar a opção 6:Ordenar do submenu 1:Ações do menu (tecla **menu**) da aplicação.

	quoc_ord	quoc_todos
1	114358.	114358.
2	3	38119.3
3	5	22871.6
4	7	16336.9
5	9	12706.4

L quoc_ord