

Limite de uma função num ponto segundo Heine

1. Considere a função $f(x) = -0,06(x-1)(x-8)(x+3)$ representada na página 2.1 da aplicação limite_segundo_heine.tns.

Defina a sucessão $x_n = 3 - \frac{6}{n}$, alterando os parâmetros a e c e clicando no botão $x \rightarrow a^-$.

- 1.1. Altere o valor de n ou clique no botão animar e observe que todos os termos da sucessão (x_n) pertencem ao domínio da função f . Determine o limite da sucessão (x_n) .

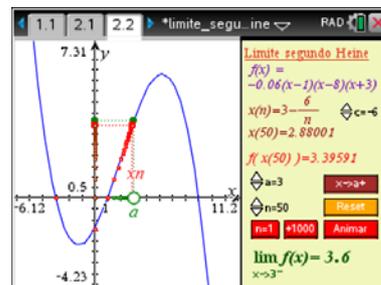
- 1.2. Que relação existe entre os termos da sucessão (x_n) e o valor de a ?

- 1.3. Clique no botão $n = 1$ e, de seguida, no botão Animar. Conjeture para que valor tenderá a sucessão das imagens de (x_n) por f , ou seja, o valor do limite de $f(x_n)$. Indique um valor aproximado às décimas.

- 1.4. Defina uma nova sucessão (x_n) , alterando apenas o parâmetro c , com $c < 0$. Resolva novamente as questões 1.1. à 1.3. e complete:

Qualquer que seja a sucessão (x_n) de termos do domínio de f convergente para _____, por valores _____ a 3, a sucessão das imagens de (x_n) por f é convergente para _____. Simbolicamente,

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$



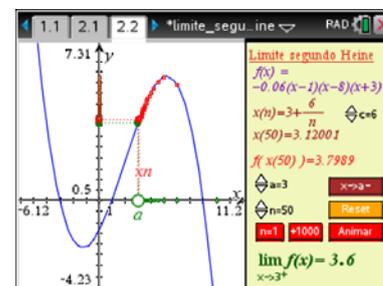
2. Na mesma página 2.1. defina a sucessão $x_n = 3 + \frac{6}{n}$, alterando os parâmetros a e c e clicando no botão $x \rightarrow a^+$.

- 2.1. Altere o valor de n ou clique no botão animar e observe que todos os termos da sucessão (x_n) pertencem ao domínio da função f . Calcule o limite da sucessão (x_n) ?

- 2.2. Que relação existe entre os termos da sucessão (x_n) e o valor de a ?

- 2.3. Clique no botão $n = 1$ e, de seguida, no botão Animar. Conjeture para que valor tenderá a sucessão das imagens de (x_n) , ou seja, o valor do limite de $f(x_n)$. Indique um valor aproximado às décimas.

- 2.4. Defina uma nova sucessão (x_n) , alterando apenas o parâmetro c , com $c > 0$. Resolva novamente as questões 2.1. à 2.3. e complete:



Qualquer que seja a sucessão (x_n) de termos do domínio de f convergente para _____, por valores _____ a 3, a sucessão das imagens de (x_n) por f é convergente para _____.
Simbolicamente,

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. De um modo geral,

Limite à esquerda de a :

$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$ se e só se toda a sucessão (x_n) de termos do domínio de f convergente para _____, por valores _____ a a , a sucessão das imagens de (x_n) por f é _____ para b .

Limite à direita de a :

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = b$ se e só se toda a sucessão (x_n) de termos do domínio de f convergente para _____, por valores _____ a a , a sucessão das imagens de (x_n) por f é _____ para b .

4. Determine a imagem de 3 pela função f e compare com $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ e com $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$.

5. Sabendo que, dada uma função real de variável real f e um ponto $a \in D_f$, se os limites $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ existirem e forem ambos iguais a $f(a)$, então existe o limite $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ e que, nesse caso, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, indique $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$, caso exista.

6. Considere a função $f(x) = 2 + \frac{0.4}{x-3}$ definida na página 3.1.

6.1. Defina a sucessão $x_n = 3 - \frac{5}{n}$. Altere o valor de n e observe para que valores tende (x_n) .

O que acontece às imagens de x_n por f ?

6.2. Defina a sucessão $x_n = 3 + \frac{1}{n}$. Proceda de forma análoga ao descrito na questão 6.1. O que poderá concluir sobre as imagens de x_n por f ?

6.3. Existe limite de f no ponto $x = 3$? Justifique a sua resposta.

