Definir ângulos generalizados

1. Descrição

Com esta tarefa, pretende estudar-se a noção de ângulo orientado e de ângulo generalizado. Conclui-se a tarefa com uma aplicação às transformações geométricas.

Ficheiros: angulos_generalizados.tns

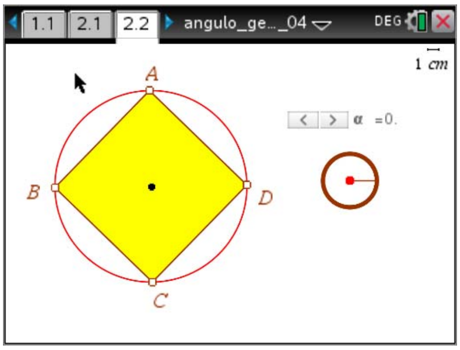
2. Metas Curriculares

Trigonometria 11 – TRI11

3. Definir rotações segundo ângulos orientados
   - 3.1. Designar, dados dois pontos O e M e um ângulo orientado α em determinado plano, um ponto M' por «imagem do ponto M pela rotação de centro O e de ângulo orientado α» quando $\overline{OM} = \overline{OM'}$ e $\dot{O}M'$ for o lado extremidade do ângulo orientado de lado origem˙ e com a mesma amplitude de enquanto ângulos orientados.

4. Definir ângulos generalizados
   - 4.1. Identificar um «ângulo generalizado» (ou «ângulo trigonométrico») como um par ordenado (α, n), onde α é um ângulo orientado ou um ângulo nulo e n é um número inteiro, que é positivo ou nulo se α tiver orientação positiva e negativo ou nulo se α tiver orientação negativa, interpretando-o intuitivamente como o resultado de rodar o lado extremidade do ângulo α (ou, no caso de α ser nulo, o único lado, coincidente com α), realizando $|n|$ voltas completas, no sentido determinado pelo sinal de n.
   - 4.2. Designar o lado origem (respetivamente extremidade) de um ângulo orientado α também por «lado origem (respetivamente extremidade) dos ângulos generalizados (α, n)» e um ângulo nulo ω também como «lado origem e extremidade dos ângulos generalizados (ω, n)».
   - 4.3. Identificar, fixado um ângulo unidade e sendo g a medida de amplitude dos ângulos giros, a medida de amplitude do ângulo generalizado (α, n) como $a + ng$, onde a é a medida de amplitude do ângulo orientado ou nulo α.

3. Guia de utilização e de exploração



O seletor α permite alterar o ângulo α obter a imagem rotação de centro O e ângulo α do quadrado [ABCD].

Exercício 1

Exercício 1.1

Na rotação de centro O e de amplitude $90°$ a imagem de A é B.

Exercício 1.2

Na rotação de centro O e de amplitude $180°$ a imagem de C é A.

Na rotação de centro O e de amplitude $-180°$ a imagem de C é A.

Exercício 1.3

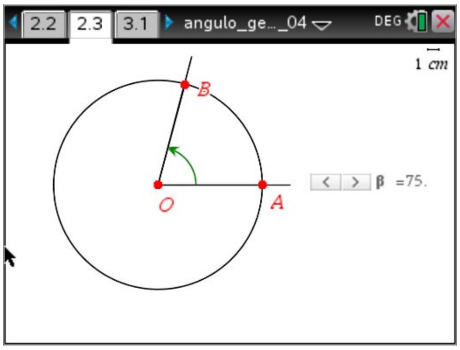
Na rotação de centro O e de amplitude $90°$ a imagem de D é A.

Exercício 1.4

A amplitude de α é $90°$.

Exercício 2

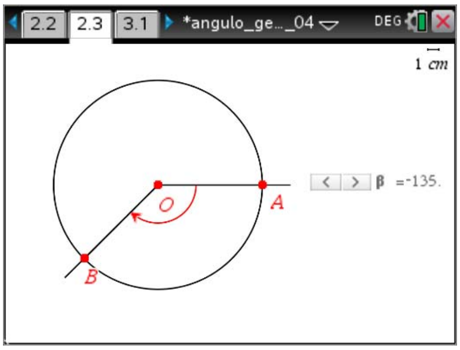
Exercício 2.1



Na figura ao lado está representado um ângulo, com orientação **positiva** *em que a semirreta* $\dot{O}A$ *é o lado origem e a semirreta* $\dot{O}B$ *é o lado extremidade.*

Seja β a medida de amplitude do ângulo em graus que define a rotação de centro em O, no sentido positivo, cuja a imagem de A é o ponto B. Sendo B, um ponto qualquer da circunferência excepto o ponto A, tem-se que $\boldsymbol{\beta \in]0°, 360°[}$.

Exercício 2.2



Na figura ao lado está representado um ângulo, com orientação **negativa** *em que a semireta $\dot{O}B$ é o lado* **extremidade** *e a semireta $\dot{O}A$ é o lado origem.*

Seja β a medida de amplitude do ângulo em graus que define a rotação de centro em O, no sentido negativo, cuja a imagem de A é o ponto B. Sendo B, um ponto qualquer da circunferência excepto o ponto A, tem-se que $\boldsymbol{\beta \in]-360°, 0°[}$.

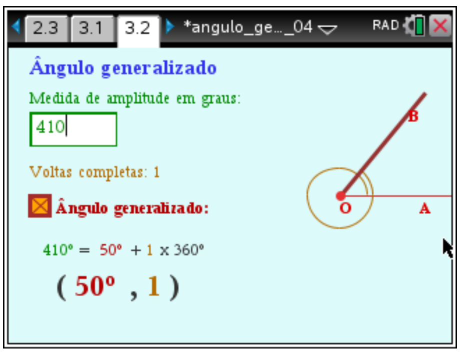
Exercício 2.3

Considerando as duas alíneas anteriores, tem-se que um ângulo orientado ou nulo pode ter qualquer amplitude do intervalo $\boldsymbol{]-360°, 360°[}$.

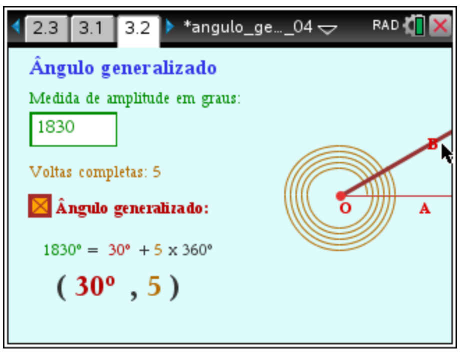
Exercício 3.1

Efetuando a divisão inteira de cada amplitude por 360°, podemos escrever cada amplitude na forma $a + n \times 360°$. Verifique o resultado obtido utilizando a animação da página 3.2.

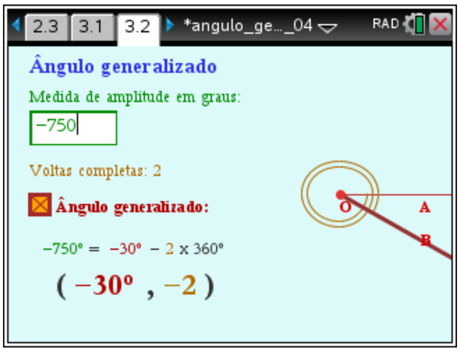
$$410° = 50° + 1 \times 360°$$



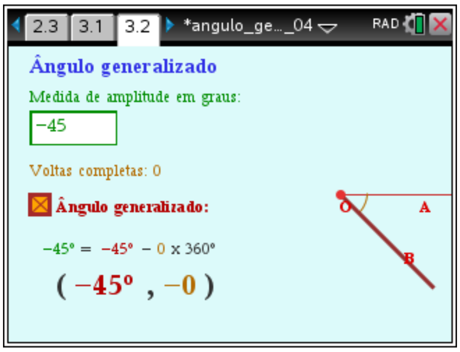
$$1830° = 30° + 5 \times 360°$$



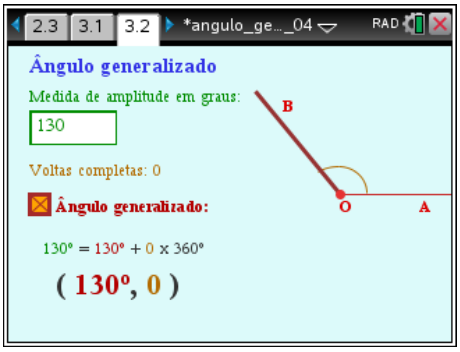
$-750° = -30° - 2 \times 360°$



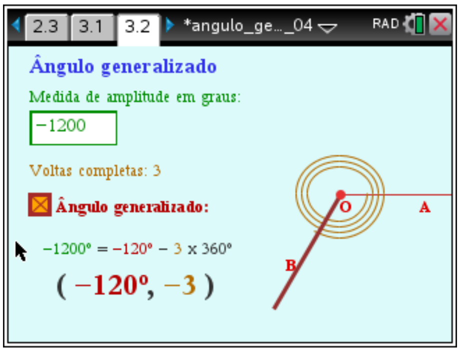
$-45° = -45° + 0 \times 360°$



$130° = 130° + 0 \times 360°$



$-1200° = -120° - 3 \times 360°$



Exercício 3.2

O par ordenado $(50°, 1)$ representa o ângulo generalizado de amplitude $410°$;

O par ordenado $(30°, 5)$ representa o ângulo generalizado de amplitude $1830°$;

O par ordenado $(-30°, -2)$ representa o ângulo generalizado de amplitude $-750°$;

O par ordenado $(-45°, 0)$ representa o ângulo generalizado de amplitude $-45°$;

O par ordenado $(130°, 0)$ representa o ângulo generalizado de amplitude $130°$;

O par ordenado $(-120°, -3)$ representa o ângulo generalizado de amplitude $-1200°$;

Exercício 3.2

Um ângulo generalizado α pode ser representado por um par ordenado (a, n) em que $\underline{a}$ é um ângulo orientado ou um ângulo nulo e $\underline{n}$ é um número inteiro tal que:

$\underline{\alpha = a + n \times 360°}$.

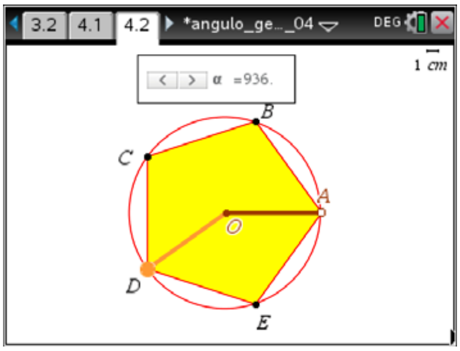
se $a \in [0{,}360[$, então $\underline{n \geq 0}$;

se $a \in]-360{,}0]$, então $\underline{n \leq 0}$;

Os lados origem e extremidade de a dizem-se lados origem e extremidade do ângulo generalizado (a, n).

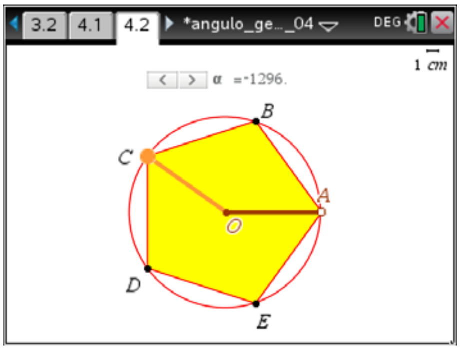
Exercício 4.1

Sendo $\dot{O}A$ o lado origem, o lado extremidade do ângulo generalizado de amplitude de $936°$ é o lado $\dot{O}D$.



Exercício 4.2

Sendo $\dot{O}A$ o lado origem, o lado extremidade do ângulo generalizado de amplitude de $-1296°$ é o lado $\dot{O}C$.



Exercício 4.3

Sendo $\dot{O}A$ o lado origem, o lado extremidade do ângulo generalizado $(-288, -3)$ é o lado $\dot{O}B$.